

Otimização geométrica aplicada a estruturas articuladas em aço para treliça em arco submetidas a carregamento vertical uniforme

Rafael Pereira Caetano¹,

Augusto Wanderlind²,

Marcio Vito³

Resumo: A redução de custo, velocidade na execução, qualidade, consumo de recursos naturais e de energia na construção civil é afetada diretamente pelo sistema estrutural adotado. Dessa forma a aplicação de metodologias de análise para a quantificação e qualificação vem se destacando nos últimos anos. Neste estudo foi realizado uma otimização geométrica em uma treliça de aço do tipo *Warren* em arco submetida a um carregamento vertical uniforme. A análise do comportamento da treliça foi dividida em três grupos derivados de um mesmo modelo adotado como referência (REF) com dimensões usuais na região sul de Santa Catarina. Cada grupo foi distribuído em função da relação entre a altura do arco e o comprimento da treliça (H/L), número de divisões do arco (U) e distância mínima entre banzo superior e inferior (D). Com os melhores resultados obtidos em função das variáveis de cada grupo, foi possível realizar 18 modelos e assim adotar um como mais econômico (COMB11), onde através deste foi possível gerar um modelo final (OTIMIZADO). Este modelo proporcionou uma redução de 39,68% no consumo de aço para com o sistema adotado como referência (REF) e 2,92% para com o melhor sistema combinado (COMB11). Outro parâmetro analisado foi a eficiência do sistema, expondo o modelo final (OTIMIZADO) uma melhor distribuição de barras facilitando a execução da estrutura.

Palavras-chave: Estruturas articuladas; treliças em arco; otimização geométrica; consumo.

Geometric optimization applied to articulated steel structures for arch trusses subjected to uniform vertical loading

Abstract: The cost reduction, speed in execution, quality, consumption of natural resources and energy in civil construction is directly affected by the structural system adopted. Thus, the application of analysis methodologies for quantification and qualification has stood out in recent years. In this study, a geometric optimization was carried out on a steel truss of the

¹ Engenheiro Civil, Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC, rafael_caetano@live.com

² Professor Mestre, Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, acw@unesc.net

³ Professor Mestre, Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, marciovito@unesc.net

Warren type in an arc submitted to a uniform vertical loading. The analysis of the truss behavior was divided into three groups derived from the same model adopted as a reference (REF) with usual dimensions in the southern region of Santa Catarina. Each group was distributed according to the relationship between the height of the arch and the length of the truss (H/L), number of divisions of the arch (U) and minimum distance between upper and lower flange (D). With the best results obtained due to the variables of each group, it was possible to make 18 models and thus adopt one as more economical (COMB11), where through this it was possible to generate a final model (OPTIMIZED). This model provided a 39.68% reduction in steel consumption for the system adopted as a reference (REF) and 2.92% for the best combined system (COMB11). Another parameter analyzed was the efficiency of the system, exposing the final model (OPTIMIZED) to a better distribution of bars facilitating the execution of the structure.

Key-words: Articulated structures; arched trusses; geometric optimization; consumption.

Introdução

Atualmente o mercado é competitivo e globalizado, sendo o custo um parâmetro decisivo no sucesso de empreendimentos imobiliários. Neste contexto empresas fabricantes de sistemas estruturais visam aprimorar suas modelagens de modo a conjugar aspectos fundamentais, tais como qualidade, durabilidade, custo e velocidade de execução, e assim ser mais competitiva no mercado.

O custo de um sistema estrutural é afetado diretamente pelo modelo adotado durante o processo de concepção de seus elementos, essa fase é essencial para garantir espaço no cenário atual, pois adjacente a esta decisão está o consumo de materiais, mão de obra e tempo de execução, que podem comprometer radicalmente o desempenho e a capacidade de disputa de uma empresa, refletindo diretamente na sua permanência. O mercado atual é competitivo, conseqüentemente a vantagem do profissional está ligada diretamente a eficiência de seu projeto, se este atender aos quesitos de desempenho e segurança e ainda ser menos dispendioso certamente sobressairá nessa disputa (TISOT; MEDEIROS; KRIPKA, 2010). “Os projetos modernos devem conjugar três aspectos fundamentais: segurança, economia e durabilidade. Estes aspectos garantem a competitividade de um projeto” (NOGUEIRA 2008, p.1).

Para obter resultados racionalizados é necessária uma avaliação criteriosa considerando as peculiaridades de cada sistema, bem como sua implicação no processo construtivo utilizando

metodologias de revisão e cálculo, gerando modelagens adequadas aos sistemas. Entre esses sistemas temos a treliça plana em aço que para Cunha e Barbosa (2013) é um modelo estrutural constituído por barras articuladas, parafusadas ou soldadas entre si, de modo que as forças externas são difundidas pelo eixo longitudinal de cada barra até os apoios. Sussekind (1980) destaca que apesar de existirem pequenas deflexões nas barras oriundas do peso próprio, estas não influenciam no dimensionamento e que devido ao sistema na prática ser rígido, este gera momentos flexores, no entanto as barras em geral são esbeltas tornando esses esforços desprezíveis, prevalecendo os esforços axiais acrescenta Pfeil e Pfeil (2009), assim são eliminados os esforços recorrentes do cisalhamento e flexão, tornando a estrutura elementar. Sua utilização na construção civil é ampla, devido principalmente à redução do peso próprio e maior resistência da estrutura, consequência da fabricação industrial do aço, o que conduz em um melhor controle de qualidade comparado a outros materiais.

“As treliças têm campo de aplicação muito vasto: são usadas nas estruturas de cobertura, desde vãos pequenos a médios, como nas edificações residenciais e industriais, até grandes vãos, como nas coberturas de estádios, de estações metroviárias; são também usadas nas pontes rodoviárias e ferroviárias” (BREUNING, 2008, p.25).

Várias são as possibilidades de modelar uma treliça e isto torna o sistema flexível se adaptando a diversas situações, neste instante a interpretação das diversas variáveis deve ocorrer concomitante a uma análise criteriosa, identificando regiões pouco eficientes proporcionando modificações de forma a melhorar o arranjo estrutural.

No entanto o direcionamento para modelos padrões é o mais aplicado no mercado, modelos estes criados em outras circunstâncias onde o consumo dos recursos naturais, as propriedades dos materiais e o custo para execução não eram estudados intensamente devido à tecnologia disponível na ocasião. Esses modelos que ainda perduram em nossos dias, gradualmente estão sendo redesenhados pela união dos conhecimentos adquiridos ao longo da história e os avanços tecnológicos, aprimorando as propriedades dos materiais, refletindo em redução de custos para as empresas e preservação do meio ambiente. Luh e Li (2011) destacam que na última década o aperfeiçoamento dessas estruturas teve avanços significativos e que a otimização de treliças possui três diretrizes, sendo elas: formato, dimensão e topologia.

Este estudo teve como principal objetivo a otimização geométrica de treliças planas em arco atirantadas submetidas a um carregamento linear de projeto vertical constante, foi realizada uma modelagem inicial para verificar qual o melhor arranjo possível sem a otimização geométrica. Nesta modelagem foi utilizado três parâmetros como variáveis, a relação entre altura do arco e comprimento da treliça (H/L), a distância mínima entre banzos (D) e o número de divisões do arco (U). Segundo Rebello (2000) o intervalo $0,100 \leq H/L \leq 0,200$ proporciona uma maior economia na estrutura, ele ainda acrescenta que a redução da distância entre os banzos à medida que se aproxima do centro do arco reduz o consumo de materiais. Para os cálculos efetuados foram considerados integralmente todos os quesitos de segurança incluindo as limitações geométricas normativas e através dos resultados obtidos foi possível identificar o modelo mais econômico e propor uma otimização geométrica econômica e funcional.

Materiais e Métodos

Primeiramente foi definida como referência a topologia mais utilizada na região sul catarinense, sendo esta a treliça plana em arco do tipo Warren. Para garantir a eficiência teórica e prática foram efetuadas algumas considerações de projeto referentes ao uso para o qual a treliça foi dimensionada, como o tipo de apoio, assegurando o sistema imposto pela treliça e ao mesmo tempo facilidade na execução, um par de tirantes impedindo as reações horizontais nos pilares e a adoção de um único perfil para toda a treliça. Através destas considerações foi estabelecido a utilização de apoios rotulados e as barras correspondentes as dimensões A e B constantes, fixadas ao console/pilar com valores de 20 cm e 40 cm respectivamente. A relação H/L adotada foi de 0,100, o número de divisões (U) igual à 32 correspondente a barras de aproximadamente 0,90m, 0,40 m para distância mínima entre os banzos superior e inferior (D) e o comprimento da treliça (L) definido em 30 m (Figura 1).

Após a determinação do modelo de referência foram elaboradas as variações derivadas do modelo aludido, divididas em três grupos ou variáveis, sendo eles:

- a) Grupo 1: relação entre altura do arco e comprimento da treliça (H/L);

- b) Grupo 2: número de divisões do arco (U);
- c) Grupo 3: distância mínima entre banzos (D).

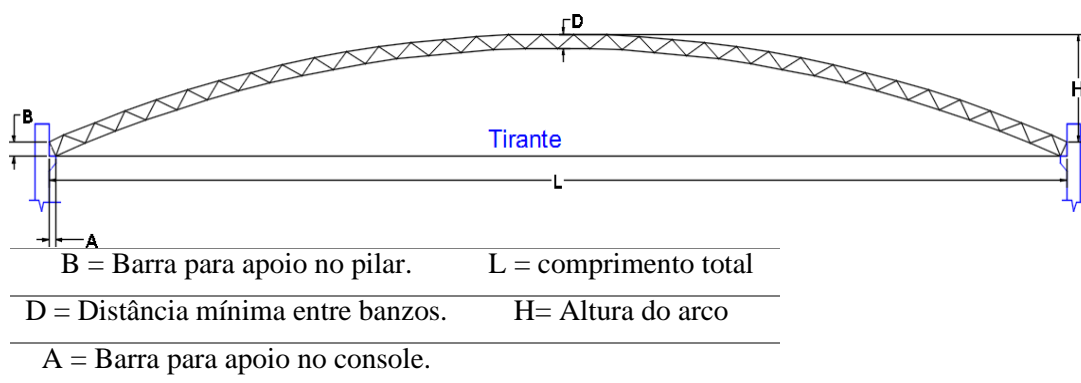


Figura 1. Topologia adotada como referência (modelo REF).

Para este estudo foi extrapolado o intervalo proposto por Rebello (2000) com o intuito de obter mais modelos para análise utilizando uma faixa de $0,025 \leq H/L \leq 0,300$, valores acima de 0,300 em estudos preliminares demonstraram deformações excessivas aumentando a seção do perfil para promover maior rigidez. A distância mínima entre banzos (D) foi estabelecida entre 25 e 50 cm, valores menores que 25 cm dificultariam a execução e valores maiores que 50 cm não apresentaram redução significativa de esforços nas barras mais solicitadas, adotando o mesmo perfil. Quanto ao número de divisões do arco (U) foi definido um intervalo de $16 \leq U \leq 60$ que correspondem a barras entre 1,90 m a 0,50 m, estabelecendo um intervalo entre a influência da flambagem e a trabalhabilidade. O carregamento foi distribuído linearmente na projeção horizontal com um valor de projeto de 7,50 kN/m, totalizando assim com o modelo de referência em um primeiro momento 28 modelos (Tabela 1). Em seguida foram selecionados os melhores resultados de cada grupo e efetuado uma nova modelagem combinando as variáveis de melhor desempenho. Após esses arranjos definiu-se o modelo que apresentou maior economia. Através dos resultados obtidos foi analisado o caminho das forças na treliça com maior economia e baseado nos valores dos esforços axiais calculados foram redimensionadas as barras dos banzos superior e inferior obtendo um novo comprimento para cada. As diagonais

foram lançadas respeitando os comprimentos das barras calculadas para os banzos inferior e superior.

Tabela 1. Especificações dos modelos.

	Sigla	U (adm)	D (cm)	H/L(m/m)	qd(kN/m)	L(m)
REFERENCIA	REF	32	40	0,100	7,50	30
VARIAÇÃO DE H/L						
GRUPO I	MWA1	32	40	0,025	7,50	30
	MWA2	32	40	0,050	7,50	30
	MWA3	32	40	0,075	7,50	30
	MWA4	32	40	0,125	7,50	30
	MWA5	32	40	0,150	7,50	30
	MWA6	32	40	0,175	7,50	30
	MWA7	32	40	0,200	7,50	30
	MWA8	32	40	0,225	7,50	30
	MWA9	32	40	0,250	7,50	30
	MWA10	32	40	0,275	7,50	30
	MWA11	32	40	0,300	7,50	30
VARIAÇÃO NO NÚMERO DE DIVISÕES						
GRUPO II	MWA12	16	40	0,100	7,50	30
	MWA13	20	40	0,100	7,50	30
	MWA14	24	40	0,100	7,50	30
	MWA15	28	40	0,100	7,50	30
	MWA16	36	40	0,100	7,50	30
	MWA17	40	40	0,100	7,50	30
	MWA18	44	40	0,100	7,50	30
	MWA19	48	40	0,100	7,50	30
	MWA20	52	40	0,100	7,50	30
	MWA21	56	40	0,100	7,50	30
	MWA22	60	40	0,100	7,50	30
VARIAÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE BANZOS						
GRUPO III	MWA23	32	25	0,100	7,50	30
	MWA24	32	30	0,100	7,50	30
	MWA25	32	35	0,100	7,50	30
	MWA26	32	45	0,100	7,50	30
	MWA27	32	50	0,100	7,50	30

MWAxx= Modelo Warren em arco.

Para o dimensionamento foram utilizadas as especificações mecânicas do aço descrita no item 4.5.2.9 da NBR 8800 (2008) (Tabela 2). Adotou-se o aço MR250 cujo valor de tensão limite é de 250 MPa e tensão última de 400 MPa e para os tirantes o aço A572-Grau 65 com tensão limite e última de 450 MPa e 550 MPa respectivamente. A NBR 8800 (2008) apresenta no anexo A nas tabelas A-1 e 2 as especificações dos aços utilizados com finalidade estrutural.

Tabela 2. Especificações mecânicas do aço utilizado no dimensionamento. (Fonte: ABNT NBR 8800, 2008).

Módulo de elasticidade E (MPa)	Coefficiente de Poisson ν_a (adm)	Coefficiente de dilatação térmica β_a ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Massa específica ρ_a (kg/m^3)
200.000	0,30	$1,20 \times 10^{-5}$	7850

Optou-se pelo perfil “U” do banco de dados da AISC (*American Institute of Steel Construction*) versão 14.1 devido sua variabilidade, pois possui valores intermediários aos das tabelas encontradas no Brasil. Para facilitar o andamento do estudo bem como sua compreensão os processos realizados pelo autor seguiram um fluxograma (Figura 2).

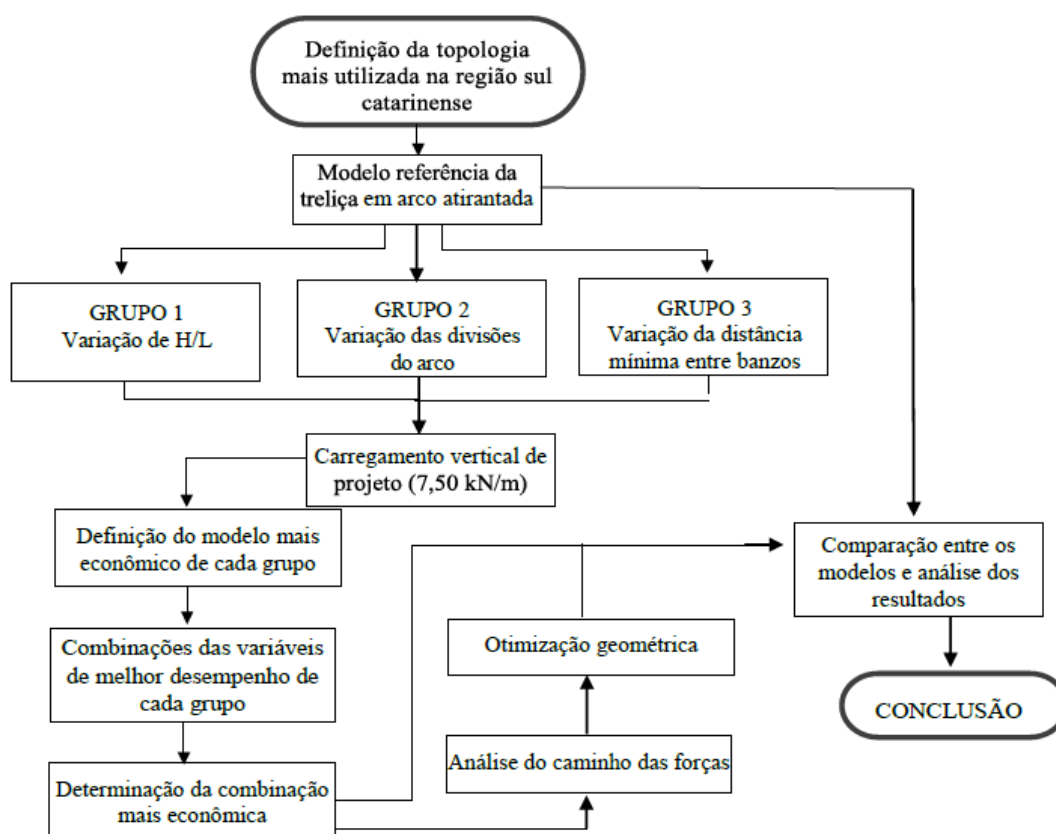


Figura 2. Fluxograma.

Para o lançamento e cálculo das treliças foi adotado o software versão estudantil Autodesk Robot Analysis Structural 2015, seguindo os quesitos exigidos pela EUROCODE 3

(2005), especificamente o item 6.2.3 para o cálculo das barras submetidas à tração e o item 6.3 para as barras submetidas à compressão. Dessa forma as barras atenderam os esforços axiais derivados do carregamento, referente à análise global da estrutura e a segurança necessária. A verificação da curva de flambagem para o perfil selecionado cumpriu as determinações das tabelas 6.1 e 6.2 da EUROCODE 3 (2005).

Resultados e Discussões

Os resultados obtidos demonstraram que as variações geométricas interferiram diretamente no consumo de aço das treliças planas em arco atirantadas quando submetida a um carregamento uniforme vertical. As Figuras 3 (a) e 3 (b) ilustram os consumos de aço do Grupo 1, bem como sua resposta ao intervalo analisado. Nesta situação o modelo MWA5 apresentou uma redução no consumo de 17,51% em relação a REF, sendo este o melhor resultado.

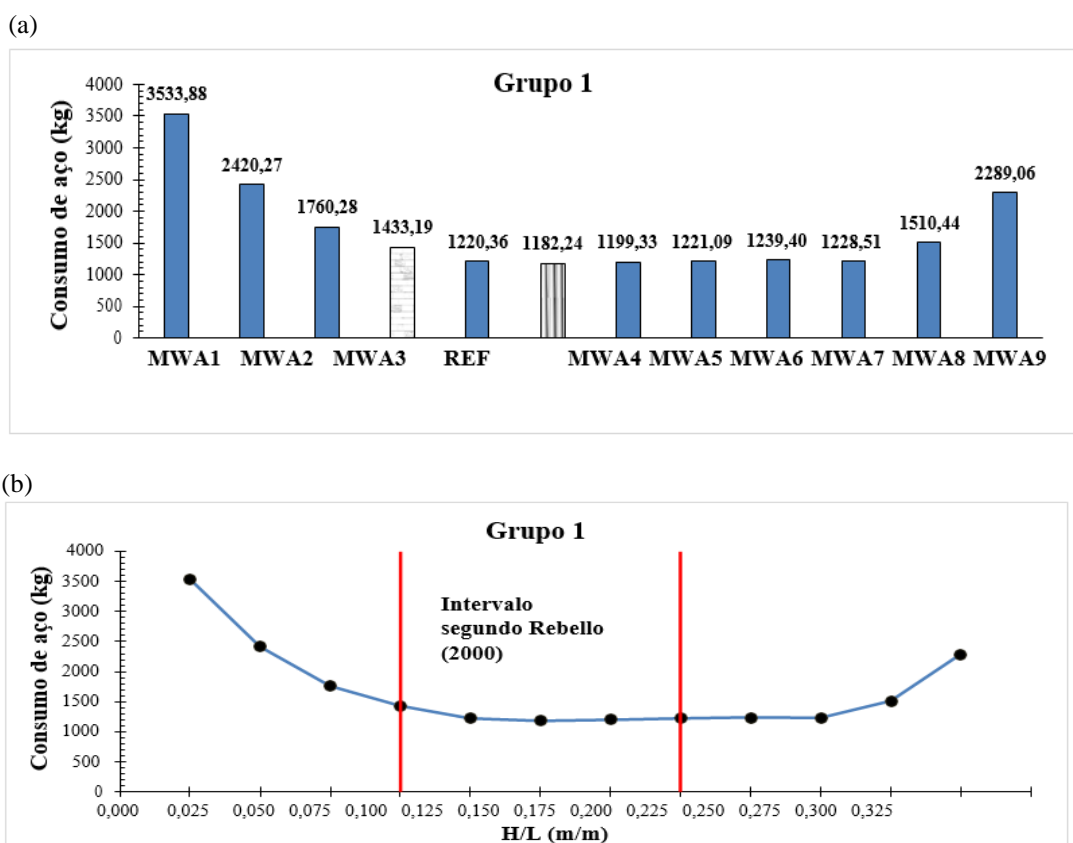
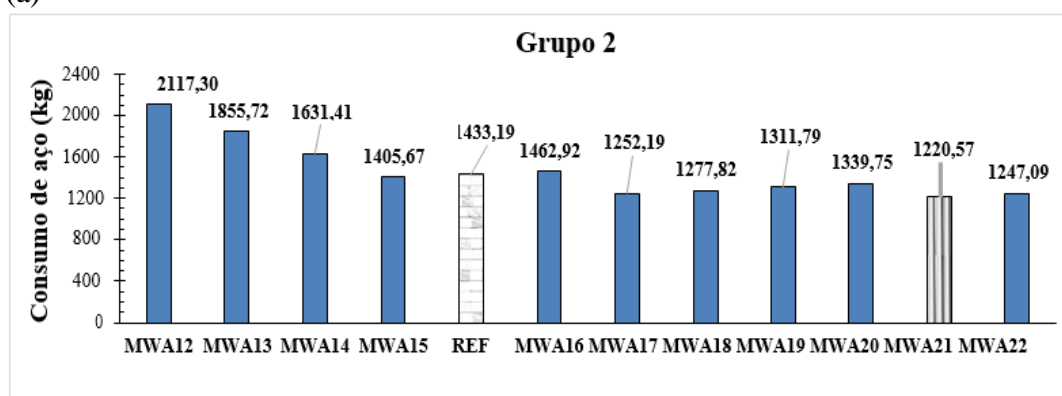


Figura 3. (a) Consumo de aço em relação a variação H/L; (b) Comportamento das treliças em arco.

O Grupo 2 demonstrou comportamento distinto ao Grupo 1, nesta situação o MWA21 foi o mais econômico com redução de 14,84% do consumo comparado a REF, como visto nas Figuras 4 (a) e 4 (b).

(a)



(b)

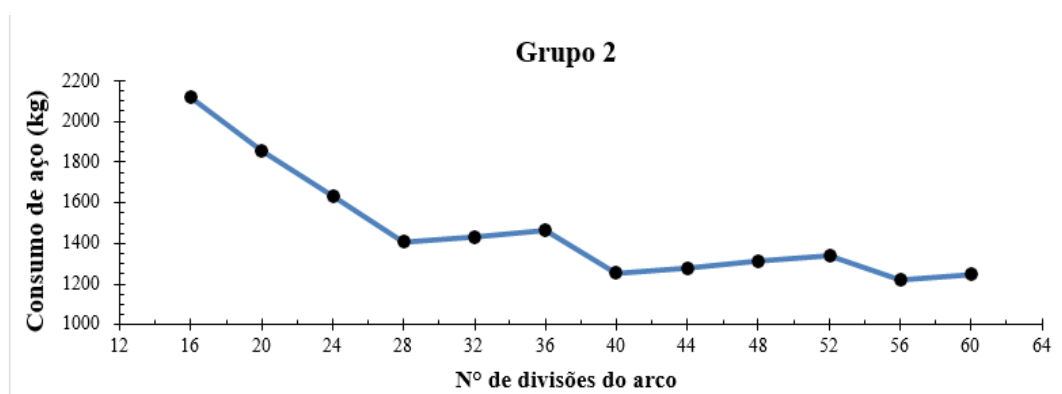


Figura 4. (a) Consumo de aço devido a variação do nº de divisões do arco; (b) Comportamento das treliças em arco.

O Grupo 3 apresentou um comportamento proporcional ao afastamento dos banzos superior e inferior, como demonstrado pelas Figura 5 (a) e 5 (b). Para o intervalo analisado o melhor modelo foi MWA23, reduzindo 2,89% o consumo da treliça em relação a REF.

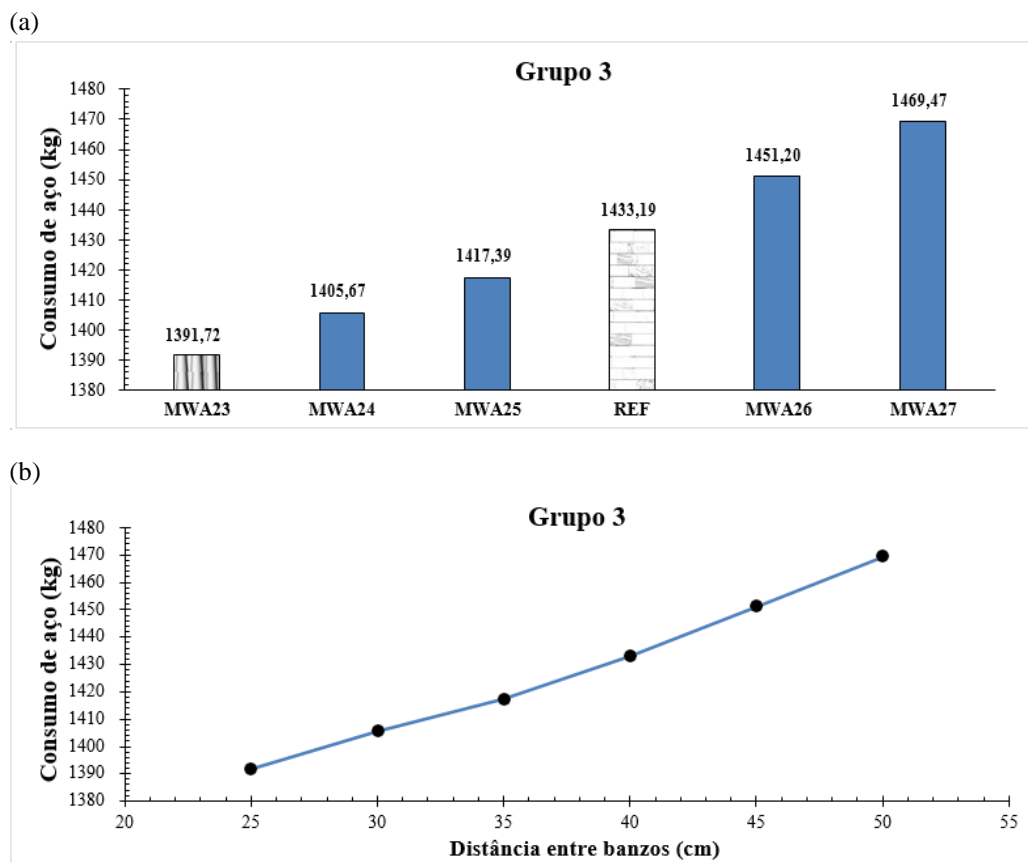


Figura 5. (a) Consumo de aço em relação a distância mínima entre banzos; (b) Comportamento das treliças em arco.

Com base nos resultados obtidos e levando-se em consideração os valores próximos, foi adotado para as combinações mais de um modelo, de forma a obter o melhor resultado possível. Assim observou-se que no Grupo 1 os modelos MWA4, 5 e 6 apresentaram pouca variação no consumo de aço. No Grupo 2 verificou-se que para o intervalo entre o modelo MWA17 até o MWA22 o comportamento da treliça seguiu com valores próximos. Já no Grupo 3 o comportamento da treliça facilitou a escolha do melhor modelo, pois apontou uma tendência linear evidenciando o modelo MWA23 como mais econômico. Devido à proximidade dos valores obtidos nos Grupos 1 e 2, foram selecionados os modelos MWA4, 5, 6, 17, 18, 19, 20, 21, 22 e 23, realizando então mais 18 modelos, combinando as variáveis de cada modelo para então obter o mais econômico (Tabela 3).

Tabela 03 – Especificações dos modelos combinados.

Sigla	U (adm)	D (cm)	H/L (m/m)	qd (kN/m)	L (m)	Consumo de aço (kg)
COMB01	40 (MWA17)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1087,52
COMB02	40 (MWA17)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	1049,29
COMB03	40 (MWA17)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	1064,26
COMB04	44 (MWA18)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1103,20
COMB05	44 (MWA18)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	979,04
COMB06	44 (MWA18)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	990,22
COMB07	48 (MWA19)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1031,60
COMB08	48 (MWA19)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	994,06
COMB09	48 (MWA19)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	1005,24
COMB10	52(MWA20)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1046,37
COMB11	52(MWA20)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	890,50
COMB12	52(MWA20)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	1021,15
COMB13	56 (MWA21)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1064,98
COMB14	56 (MWA21)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	906,55
COMB15	56 (MWA21)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	1035,92
COMB16	60 (MWA22)	25 (MWA23)	0,125 (MWA4)	7,50	30	1077,71
COMB17	60 (MWA22)	25 (MWA23)	0,150 (MWA5)	7,50	30	919,02
COMB18	60 (MWA22)	25 (MWA23)	0,175 (MWA6)	7,50	30	929,93
REF	32	40	0,100	7,50	30	1433,19

Após a modelagem e análise das combinações constatou-se que o modelo mais econômico foi o modelo COMB11 (Tabela 3) com um consumo de 890,50 kg. Comparado com o modelo REF que consumiu 1433,19 kg o modelo COMB11 consumiu aproximadamente 62,13% do aço necessário para construir o modelo REF, ou seja, é possível construir 1,60 treliças COMB11 com os parâmetros do modelo REF. Utilizando os valores dos esforços axiais do modelo COMB11 foi realizado a otimização geométrica e obtido o modelo OTIMIZADO, os resultados de ambos foram comparados em consumo e percentual com o modelo REF, fixado este como 100% (Figura 6).

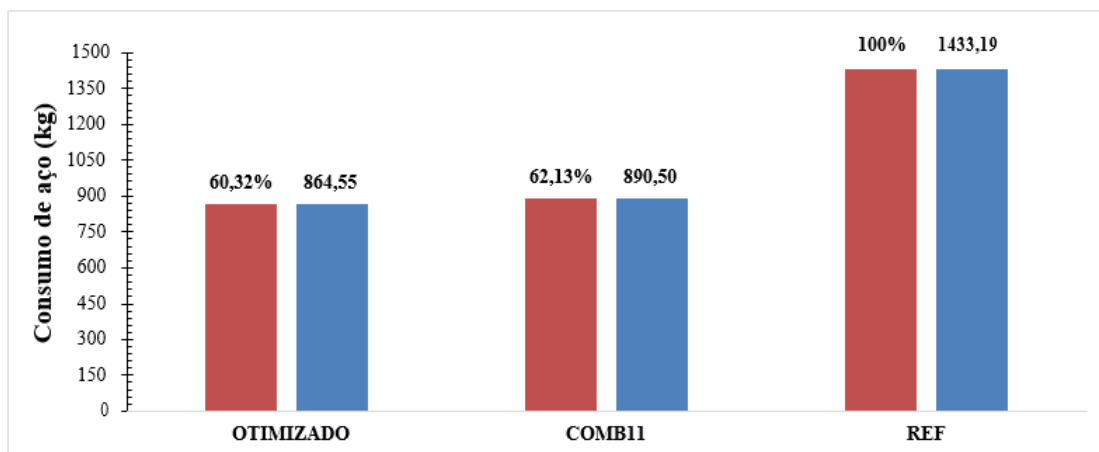


Figura 6. Comparativo entre os modelos OTIMIZADO, COMB17 e REF.

O modelo OTIMIZADO apresentou um consumo de aço semelhante ao modelo COMB11. Outro fator importante para um empreendimento na fase de fabricação e execução é a funcionalidade do sistema, além de consumir 60,32% do aço utilizado pelo modelo REF e 97,08% utilizado pelo modelo COMB11, o modelo OTIMIZADO expôs uma melhor distribuição de barras (Figura 7).

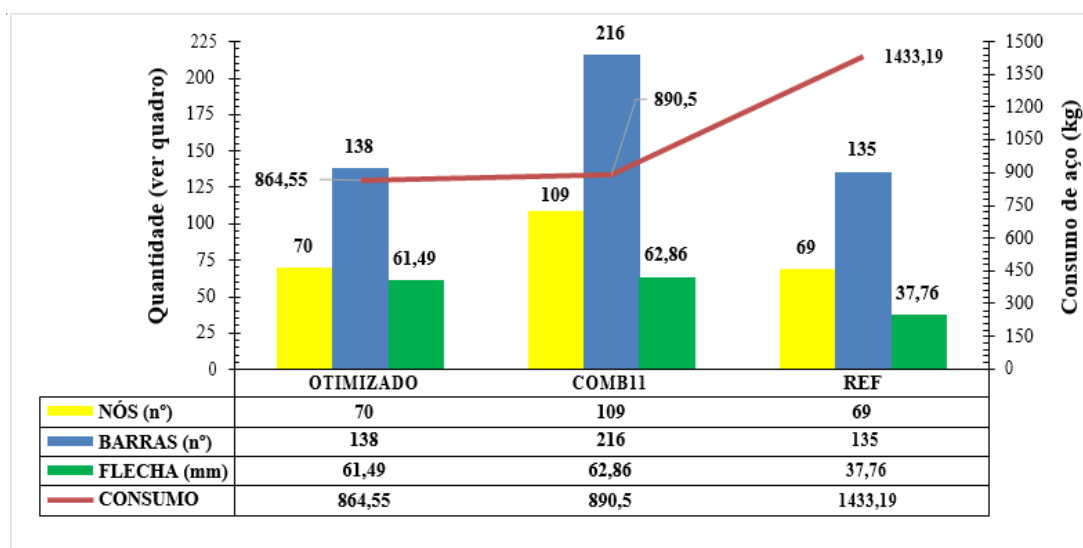


Figura 7. Análise da operação de produção, deformação e consumo.

A representação gráfica dos modelos é ilustrada abaixo na Figura 8, onde (a) REF, (b)

COMB11 e (c) OTIMIZADO.

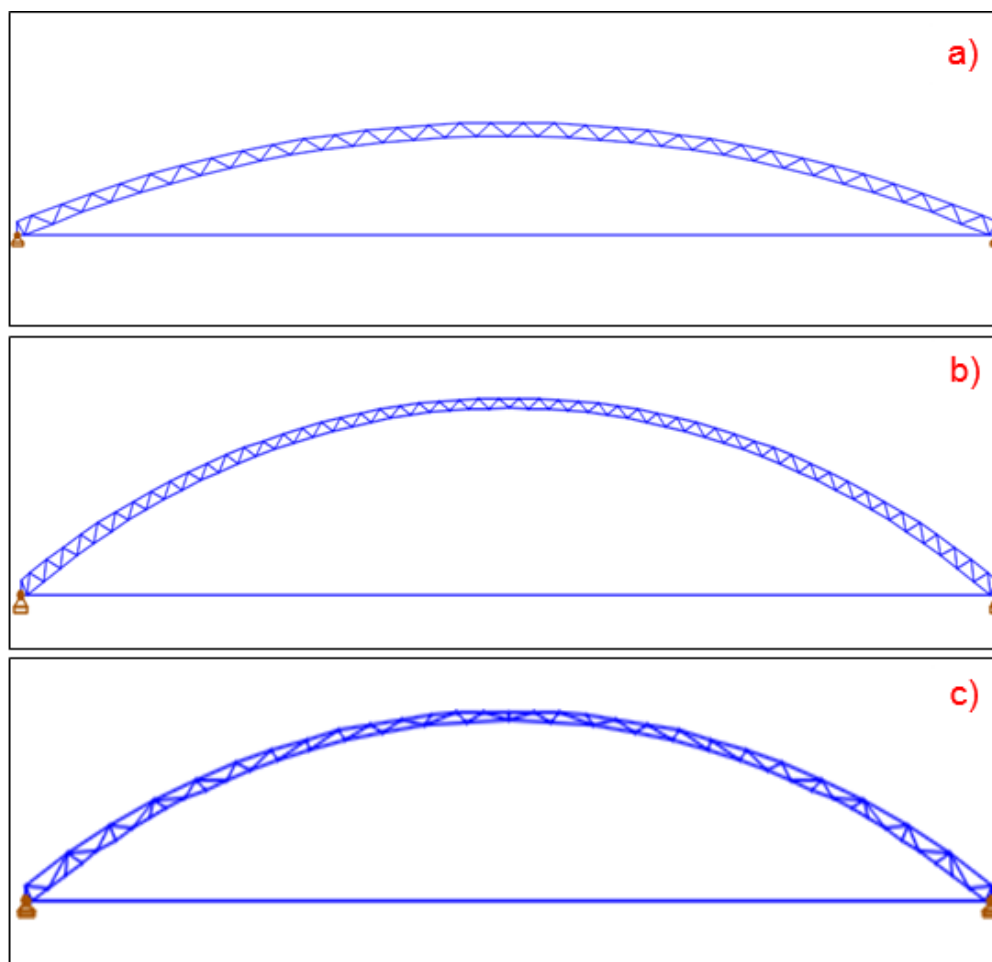


Figura 8. (a) REF, (b) COMB11, (c) OTIMIZADO.

Conclusões

O presente estudo comprova a necessidade de analisar os modelos e padrões adotados na região sul de Santa Catarina, uma vez que a redução no consumo de aço utilizando variações em seus parâmetros geométricos foi elevada. Através das combinações realizadas foi possível determinar o modelo mais econômico para realização da otimização geométrica, que além de reduzir mais o consumo tornou a estrutura mais funcional facilitando a fabricação através da redução do número de barras, dos números de nós e aplicação de solda.

É perceptível que a qualidade e homogeneidade do aço devido ao seu processo de fabricação são evidenciadas quando analisado o comportamento das treliças, visto que segue um comportamento padronizado equivalente as alterações realizadas.

Ao analisar a variação de H/L foi identificado que o intervalo proposto por Rebello (2000) foi coerente com os resultados encontrados, podendo ser mais específico neste caso considerando um intervalo de $0,125 \leq H/L \leq 0,175$, valores acima de 0,250 apesar de reduzirem os esforços internos não compensam o aumento do comprimento das barras sendo impedidos pela flambagem e ao aumentar essa relação notou-se que ocorria deformação excessiva impondo a adoção de perfis com maior inércia para aumentar a rigidez da estrutura e consequentemente ocasionando uma elevação no consumo.

Quanto ao número de divisões do arco, o comprimento total foi o fator determinante para alterar o consumo de aço, isso é perceptível nos intervalos entre os modelos MWA15 à 16, MWA17 à 20 e MWA21 à 22, utilizado para cada intervalo um único perfil. Assim o intervalo $56 \leq U \leq 60$ apresentou os melhores resultados.

A distância mínima entre banzos teve pouca influência no consumo, demonstrando o descrito por Rebello (2000), já que o aumento das forças axiais nas barras à medida que diminui a distância entre banzos é insignificante o que consequentemente não altera o perfil adotado, isso não acontece com o comprimento total da treliça que diminui com a aproximação dos banzos reduzindo o consumo de aço.

Assim o modelo **OTIMIZADO** reduziu 39,68% o consumo de aço comparado com o modelo **REF** e 2,92% comparado ao **COMB11**. Mesmo com consumo semelhante ao modelo **COMB11** ele tornou a estrutura mais funcional, pois reduziu em 35,78% o número de nós e 36,11% do número de barras, facilitando a fabricação e execução tornando-se o modelo ideal para este estudo.

Referências

American Institute of Steel Construction. **Steel Construction Manual Shapes Database: AISC Shapes Database V14.1 - Current**. 2015. Disponível em: <<https://www.aisc.org/content.aspx?id=2868>>.



ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

BARBOSA, C. O. B.; CUNHA, R. E. V. **Dimensionamento de treliças metálicas usuais padronizadas, com auxílio de uma ferramenta computacional e cálculos manuais**. 2013. 85 p. Monografia (Graduação) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade da Amazônia, Belém, 2013.

BREUNIG, M. N. **Análise do desempenho das diferentes topologias de estruturas treliçadas utilizadas em coberturas de pavilhões industriais**. 2008. 143 p. Monografia (Graduação) - Universidade Regional Do Noroeste Do Estado Do Rio Grande Do Sul, Departamento De Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Ijuí, 2008.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN1993-1-2**: Eurocode 3; design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2005.

LUH, G.; LIN, C. Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization. **Computers & Structures**. Taiwan, v. 89, n. 23-24, p. 2221-2232, dez. 2011.

MEDEIROS, G. F.; TISOT, G. D.; KRIPKA, M. Obtenção de configurações econômicas para o projeto de tesouras em aço. In: CONSTRUMETAL – CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 4., 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Abcem, 2010. p. 1-9.

NOGUEIRA, G. S. **Avaliação de soluções estruturais para galpões compostos por perfis de aço formados a frio**. 2009. 179 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 357 p.

REBELLO, Y. C. P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. 4. ed. São Paulo: Ziguarte, 2000. 271 p.

SUSSEKIND, C. **Curso de análise estrutural**. 5 ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1983. 3 v.

TISOT, G. D.; MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Estudo de treliças metálicas para coberturas em duas águas através de otimização topológica. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 4., 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Abcem, 2010. p. 1-11.